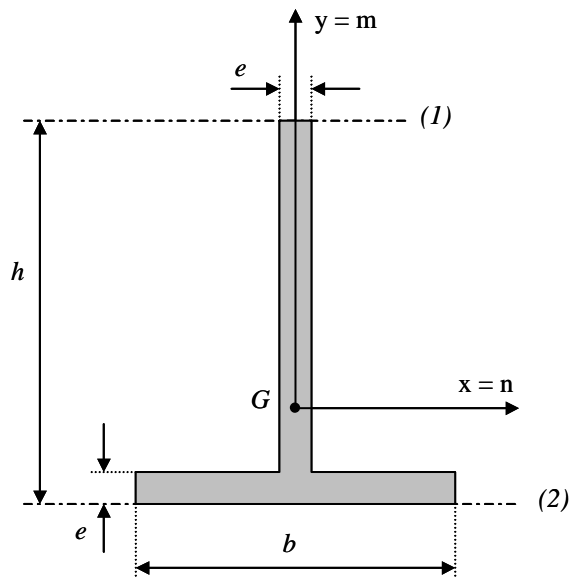


**Ejercicio N° 4- Enunciado**

La sección transversal que se observa en la figura 4.1 corresponde a una viga sometida a flexión simple normal, soportando las fibras superiores (1) tensiones máximas de compresión  $\sigma_{zmáx(1)}$  y las inferiores (2) tensiones máximas de tracción  $\sigma_{zmáx(2)}$ , de acuerdo con los datos que se indican en la tabla 4.1.

**Figura 4.1**

$h$	$e$	$\sigma_{zmáx(1)}$	$\sigma_{zmáx(2)}$
cm	cm	kN/cm <sup>2</sup>	kN/cm <sup>2</sup>
26	1	-9	4

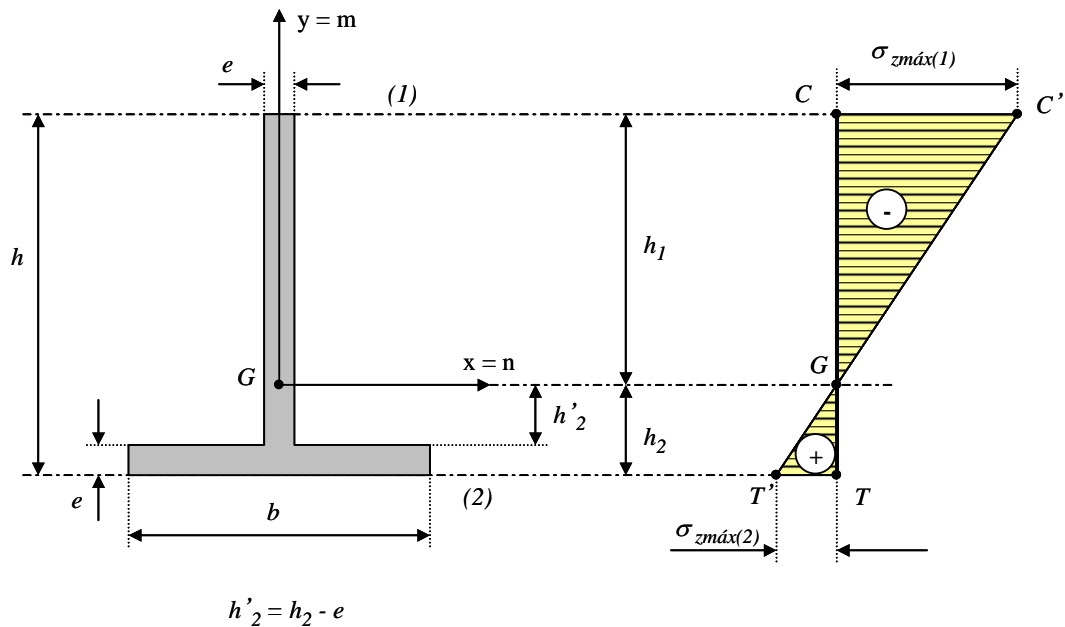
**Tabla 4.1**

Se solicita determinar:

1. La posición del eje neutro  $n$ .
2. El ancho  $b$  del ala de la sección.
3. El momento flexor  $M_{f_x}$  que actúa en dicha sección
4. Verificar los resultados obtenidos

**Ejercicio N° 4- Resolución****1. Cálculo de la posición del eje neutro  $n$** 

Teniendo en cuenta que la ley de variación de las tensiones normales  $\sigma_z$  es lineal, se deduce que conociendo los valores de las tensiones de las fibras extremas, puede calcularse la posición del eje neutro.

**Figura 4.2**

Observando en la figura 4.2 los triángulos semejantes  $GCC'$  y  $GTT'$ , puede plantearse lo siguiente:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\sigma_{z\max(1)}}{\sigma_{z\max(2)}}$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{9}{4} = 2,25$$

Es decir:

$$h_2 = \frac{h_1}{2,25} \quad (1)$$

Siendo:

$$h = h_1 + h_2 \quad (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$h = h_1 + \frac{h_1}{2,25}$$

$$h = h_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2,25}\right)$$

Cátedra: Ing. José Luis Tavorro	TP 3	4/3
---------------------------------	------	-----

$$h = \frac{3,25}{2,25} \cdot h_1$$

$$h_1 = \frac{2,25}{3,25} \cdot h$$

Sustituyendo  $h$  por su valor:

$$h_1 = \frac{2,25}{3,25} \cdot 26$$

$$h_1 = 18 \cdot cm$$

De la expresión (1):

$$h_2 = \frac{h_1}{2,25} = \frac{18}{2,25}$$

$$h_2 = 8 \cdot cm$$

Como se observa, el eje neutro  $n$  encuentra a una distancia  $h_2 = 8 \text{ cm}$  por encima de la fibra inferior de la sección transversal de la viga.

## 2. Cálculo del ancho $b$ del ala de la sección

El mismo puede calcularse teniendo en cuenta que el eje neutro es baricéntrico ( $n = x$ ). En consecuencia, el momento estático  $S_x$  del área de la sección transversal respecto de dicho eje debe ser nulo. Es decir:

$$S_x = \int_{-h_2}^{-h'_2} b \cdot y \cdot dy + \int_{-h'_2}^{h_1} e \cdot y \cdot dy = 0$$

$$S_x = \frac{b}{2} \cdot y^2 \Big|_{-h_2}^{-h'_2} + \frac{e}{2} \cdot y^2 \Big|_{-h'_2}^{h_1} = 0$$

Siendo:

$$h'_2 = h_2 - e$$

Se tiene que:

$$b \cdot \left[ (h_2 - e)^2 - h_2^2 \right] + e \cdot \left[ h_1^2 - (h_2 - e)^2 \right] = 0$$

$$b \cdot \left[ h_2^2 + e^2 - 2 \cdot h_2 \cdot e - h_2^2 \right] + e \cdot \left[ h_1^2 - (h_2 - e)^2 \right] = 0$$

$$e \cdot \left[ h_1^2 - (h_2 - e)^2 \right] = b \cdot e \cdot [2 \cdot h_2 - e]$$

Finalmente:

$$b = \frac{h_1^2 - (h_2 - e)^2}{2 \cdot h_2 - e} \quad (3)$$

Sustituyendo por los valores:

Cátedra: Ing. José Luis Tavorro	TP 3	4/4
---------------------------------	------	-----

$$b = \frac{18^2 - (8-1)^2}{2 \cdot 8 - 1} = \frac{324 - 49}{15} = \frac{275}{15}$$

$$b = 18,33 \cdot cm \quad (4)$$

### 3. Cálculo del momento flexor $Mf_x$ que actúa sobre la sección

Siendo por triángulos semejantes:

$$\frac{\sigma_{z\max(2)}}{h_2} = \frac{\sigma_{z\max(1)}}{h_1} = \frac{\sigma_z}{y}$$

En consecuencia:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{z\max(2)}}{h_2} \cdot y$$

Reemplazando por los valores:

$$\sigma_z = \frac{4}{8} \cdot y$$

$$\sigma_z = 0,5 \cdot y \quad (5)$$

Además debe cumplirse la siguiente condición de equivalencia:

$$Mf_x = \int_F \sigma_z \cdot y \cdot dF \quad (6)$$

Donde, para el ala del perfil:

$$dF = b \cdot dy \quad (7)$$

y para el alma del perfil:

$$dF = e \cdot dy \quad (8)$$

Reemplazando(5), (7) y (8) en (6):

$$Mf_x = \int_{-h_2}^{-h'_2} (0,5 \cdot y) \cdot y \cdot (b \cdot dy) + \int_{-h'_2}^{h_1} (0,5 \cdot y) \cdot y \cdot (e \cdot dy)$$

$$Mf_x = \int_{-h_2}^{-h'_2} 0,5 \cdot b \cdot y^2 \cdot dy + \int_{-h'_2}^{h_1} 0,5 \cdot e \cdot y^2 \cdot dy$$

Integrando y sustituyendo por los valores:

$$Mf_x = \frac{18,33 \cdot 0,5}{3} \cdot [(-7)^3 - (-8)^3] + \frac{1 \cdot 0,5}{3} \cdot [18^3 - (-7)^3]$$

$$Mf_x = 3,055 \cdot [-343 - (-512)] + 0,1667 \cdot [5832 - (-343)]$$

$$Mf_x = 3,055 \cdot (169) + 0,1667 \cdot (6175) = 516,29 + 1029,37$$

$$Mf_x = 1545,66 \cdot kN \cdot cm$$

**4. Verificación de los resultados obtenidos****a. Cálculo de  $J_x$** 

El momento de inercia de la sección, respecto del eje neutro  $J_x$ , aplicando el teorema de Steiner donde corresponda, será:

$$J_x = \frac{e \cdot h_1^3}{3} + \frac{e \cdot h_2'^3}{3} + \frac{b \cdot e^3}{12} + (b \cdot e) \cdot \left(h_2 - \frac{e}{2}\right)^2$$

$$J_x = \frac{1 \cdot 18^3}{3} + \frac{1 \cdot 7^3}{3} + \frac{18,33 \cdot 1^3}{12} + (18,33 \cdot 1) \cdot \left(8 - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$J_x = \frac{5832}{3} + \frac{343}{3} + \frac{18,33}{12} + 1031,06$$

$$J_x = 1944 + 114,33 + 1,53 + 1031,06$$

$$J_x = 3090,92 \cdot \text{cm}^4$$

**b. Verificación de las tensiones normales  $\sigma_{zm\acute{a}x(1)}$  y  $\sigma_{zm\acute{a}x(2)}$** 

Siendo:

$$\sigma_{zm\acute{a}x(1)} = -\frac{M_x^f}{J_x} \cdot h_1$$

$$\sigma_{zm\acute{a}x(1)} = -\frac{1545,66}{3090,92} \cdot 18$$

$$\sigma_{zm\acute{a}x(1)} = -9 \cdot \text{kN/cm}^2$$

$$\sigma_{zm\acute{a}x(2)} = \frac{M_x^f}{J_x} \cdot h_2$$

$$\sigma_{zm\acute{a}x(2)} = \frac{1545,66}{3090,92} \cdot 8$$

$$\sigma_{zm\acute{a}x(2)} = 4 \cdot \text{kN/cm}^2$$

Se verifica que las tensiones normales máximas calculadas en función de los valores obtenidos coinciden con los datos del problema. En consecuencia, se aceptan los resultados que surgen de los cálculos realizados.